**南星中学2018-2019学年高一上学期数学校本作业8**

一元二次不等式（2）

一、选择题

1. 在关于*x*的不等式$x^{2}-(a+1)x+a<0$的解集中恰有两个整数，则*a*的取值范围是$($　　$)$

A. $(3,4)$ B. $(-2,-1)∪(3,4)$ C. $(3,4]$ D. $[-2,-1)∪(3,4]$

1. 已知关于*x*的不等式$ax^{2}-x+b\geq 0$的解集为$[-2,1]$，则关于*x*的不等式$bx^{2}-x+a\leq 0$的解集为$($　　$)$

A. $[-1,2]$ B. $[-1,\frac{1}{2}]$ C. $[-\frac{1}{2},1]$ D. $[-1,-\frac{1}{2}]$

1. 已知$a<0$，关于*x*的一元二次不等式$ax^{2}-(2+a)x+2>0$的解集为$($　　$)$

A. $\{x|x<\frac{2}{a}$或$x>1\}$ B. $\{x|\frac{2}{a}<x<1\}$
C. $\{x|x<1$或$x>\frac{2}{a}\}$ D. $\{x|1<x<\frac{2}{a}\}$

1. 若关于*x*的不等式$x^{2}-ax-a\leq -3$的解集不是空集，则实数*a*的取值范围是$()$

A. $[2,+\infty )$ B. $\left(-\infty ,-6\right] $C. $[-6,2]$ D. $(-\infty ,-6]∪[2,+\infty )$

1. 不等式$(m+1)x^{2}-mx+m-1<0$的解集为$⌀$，则*m*的取值范围$($　$)$

A. $m<-1$ B. $m\geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$
C. $m\leq -\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $m\geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$或$m\leq -\frac{2\sqrt{3}}{3}$

1. 关于*x*的不等式$mx^{2}-(m+2)x+m+1>0$解集为*R*，则实数*m*的取值范围是$()$

A. $m>\frac{2\sqrt{3}}{3}$或$m<-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $m<-\frac{2\sqrt{3}}{3}$或$m>0$
C. $m>\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $m<-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

1. 当$x\in R$时，不等式$kx^{2}-kx+1>0$恒成立，则*k*的取值范围是$($　$)$

A. $(0,+\infty )$ B. $[0,+\infty )$ C. $[0,4)$ D. $(0,4)$

1. 不等式$ax^{2}+4x+a>1-2x^{2}$对一切$x\in R$恒成立，则实数*a*的取值范围是$($　　$)$

A. $(-\infty ,2)$ B. $(-\infty ,2)∪(2,+\infty )$
C. $(2,+\infty )$ D. $(0,2)$

二、填空题

1. 设一元二次不等式$ax^{2}+bx+1>0$的解集为$\{x|-1<x<\frac{1}{3}\}$，则*ab*的值是\_\_\_\_\_\_ ．
2. 若不等式$mx^{2}+4mx-4<0$对任意实数*x*恒成立，则实数*m*的取值范围为\_\_\_\_\_\_．
3. 关于*x*的不等式$x^{2}-2ax-3a^{2}<0(a>0)$的解集为$(x\_{1},x\_{2})$，且$|x\_{1}-x\_{2}|=8$，则$a=$ \_\_\_\_\_\_ ．

三、解答题

1. 解不等式：$x^{2}-5ax+6a^{2}>0$，$a\ne 0$．
2. 已知不等式$mx^{2}-2mx-1<0$．

$(1)$若对于所有的实数*x*不等式恒成立，求*m*的取值范围；
思考$(2)$设不等式对于满足$|m|\leq 1$的一切*m*的值都成立，求*x*的取值范围．

1. 解关于*x*的不等式$ax^{2}+2x-1>0(a$为常数$)$．

**答案和解析**

1 *D* 2. *C* 3. *B* 4. *D* 5. *B* 6. *C* 7. *C* 8. *C*

  9. 6   10. $-1<m\leq 0$   11. 2

12. 解：不等式$x^{2}-5ax+6a^{2}>0$ 即$(x-2a)(x-3a)>0$，$∵a\ne 0$，
当$a>0$时，$2a<3a$，不等式的解集为$\{x|x<2a$或$x>3a\}$；
当$a<0$时，$2a>3a$，不等式的解集为$\{x|x<3a$或$x>2a\}$．

13. 解：$(1)m=0$时，$-1<0$恒成立，
$m\ne 0$时，$\left\{\begin{matrix}m<0\\Δ=4m^{2}+4m<0\end{matrix}\right.$，解得：$-1<m<0$，
综上，*m*的范围是$(-1,0]$；
$(2)$设$f(m)=(x^{2}-2x)m-1$，
由题意得$\left\{\begin{matrix}f\left(-1\right)<0\\f\left(1\right)<0\end{matrix}\right.$即$\left\{\begin{matrix}-x^{2}+2x-1<0\\x^{2}-2x-1<0\end{matrix}\right.$，$∴\left\{\begin{matrix}x\ne 1\\1-\sqrt{2}<x<1+\sqrt{2}\end{matrix}\right.$​
$∴1-\sqrt{2}<x<1$或$1<x<1+\sqrt{2}$，故*x*的范围是$(1-\sqrt{2},1)∪(1,1+\sqrt{2}).$

14. 解：当$a=0$时，$2x-1>0$，解得$x>\frac{1}{2}$，所以原不等式的解集为$(\frac{1}{2},+\infty )$；
当$a\ne 0$时，一元二次方程$ax^{2}+2x-1=0$的判别式$△=4+4a$，
当$a\leq -1$时，$△\leq 0$，原不等式的解集为$⌀$；
当$a>0$时，方程$ax^{2}+2x-1=0$的两个实数根为$x\_{1}=\frac{-1+\sqrt{1+a}}{a}$，$x\_{2}=\frac{-1-\sqrt{1+a}}{a}$；
原不等式的解集为$\{x|x>\frac{-1+\sqrt{1+a}}{a}$或$x<\frac{-1-\sqrt{1+a}}{a}\}$；
当$-1<a<0$时，$x\_{1}<x\_{2}$，
原不等式的解集为$\{x|\frac{-1+\sqrt{1+a}}{a}<x<\frac{-1-\sqrt{1+a}}{a}\}.$

1. 解：关于*x*的不等式$x^{2}-(a+1)x+a<0$可化为$(x-1)(x-a)<0$，
当$a>1$时，解不等式得$1<x<a$；当$a<1$时，解不等式得$a<x<1$；
$∵$不等式的解集中恰有两个整数，$∴3<a\leq 4$或$-2\leq a<-1$，
$∴a$的取值范围是$[-2,-1)∪(3,4]$．故选：*D*．
2、解：$∵$关于*x*的不等式$ax^{2}-x+b\geq 0$的解集为$[-2,1]$，
$∴-2$，1是关于*x*的方程$ax^{2}-x+b=0$的两个根，
$∴\left\{\begin{matrix}4a+2+b=0\\a-1+b=0\end{matrix}\right.$，解得$a=-1$，$b=2$，
$∴$关于*x*的不等式$bx^{2}-x+a\leq 0$即$2x^{2}-x-1\leq 0$，
解方程$2x^{2}-x-1=0$，得$x\_{1}=-\frac{1}{2}$，$x\_{2}=1$，
$∴$关于*x*的不等式$bx^{2}-x+a\leq 0$的解集为$\left\{x|-\frac{1}{2}\leq x\leq 1\right\}$，即$\left[-\frac{1}{2},1\right]$．故选*C*．

3. 解：$∵a<0$，$∴ax^{2}-(2+a)x+2>0$，等价于$(ax-2)(x-1)>0$，

即$(x-\frac{2}{a})(x-1)<0$，解得$\frac{2}{a}<x<1$，故不等式的解集为$\{x|\frac{2}{a}<x<1\}$，故选：*B*．．

4.解：由关于*x*的不等式$x^{2}-ax-a\leq -3$的解集不是空集，
得对应方程$x^{2}-ax-a+3=0$有实数根，即$△=a^{2}+4(a-3)\geq 0$，
解得$a\geq 2$或$a\leq -6$；所以*a*的取值范围是$(-\infty ,-6]∪[2,+\infty )$．故选*D*．

5. 解：$∵$关于*x*的不等式$(m+1)x^{2}-mx+m-1<0$的解集为$⌀$，
$∴$不等式$(m+1)x^{2}-mx+m-1\geq 0$恒成立，
$①$当$m+1=0$，即$m=-1$时，不等式化为$x-2\geq 0$，解得$x\geq 2$，不是对任意$x\in R$恒成立；
$②$当$m+1\ne 0$时，即$m\ne -1$时，$∀x\in R$，使$(m+1)x^{2}-mx+m-1\geq 0$，
即$m+1>0$且$△=(-m)^{2}-4(m+1)(m-1)\leq 0$，
化简得：$3m^{2}\geq 4$，解得$m\geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$或$m\leq -\frac{2\sqrt{3}}{3}$，
$∴$应取$m\geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$；综上，实数*m*的取值范围是$m\geq \frac{2\sqrt{3}}{3}$．故选：*B*．
6. 解：关于*x*的不等式$mx^{2}-(m+2)x+m+1>0$解集为*R*，
$∴$当$m=0$时，不等式化为$-2x+1>0$，解得$x<\frac{1}{2}$，不合题意；
当$m\ne 0$时，应满足$\left\{\begin{matrix}m>0\\(m+2)^{2}-4m(m+1)<0\end{matrix}\right.$，即$\left\{\begin{matrix}m>0\\3m^{2}-4>0\end{matrix}\right.$，解得$m>\frac{2\sqrt{3}}{3}$；
$∴$实数*m*的取值范围是$m>\frac{2\sqrt{3}}{3}$．故选：*C*．
7. 解：当$k=0$时，不等式$kx^{2}-kx+1>0$可化为$1>0$，显然恒成立；
当$k\ne 0$时，若不等式$kx^{2}-kx+1>0$恒成立，
则对应函数的图象开口朝上且与*x*轴无交点，
则$\left\{\begin{matrix}k>0\\Δ=k^{2}-4k<0\end{matrix}\right.$解得：$0<k<4$，综上*k*的取值范围是$[0,4)$，故选*C*．
8. 解：由$ax^{2}+4x+a>1-2x^{2}$，得$(a+2)x^{2}+4x+a-1>0$，
$ax^{2}+4x+a>1-2x^{2}$对一切$x\in R$恒成立，即$(a+2)x^{2}+4x+a-1>0$，对一切实数恒成立，
当$a=-2$时不合题意，所以$a\ne -2$，
则$\left\{\begin{matrix}\overset{a+2>0}{4^{2}-4(a+2)(a-1)<0}\end{matrix}\right.$，解得：$a>2$．
所以实数*a*的取值范围是$(2,+\infty )$．故选*C*．
9. 解：$∵$不等式$ax^{2}+bx+1>0$的解集为$\{x|-1<x<\frac{1}{3}\}$，
$∴a<0$，$∴$原不等式等价于$-ax^{2}-bx-1<0$，
由根与系数的关系，得$-1+\frac{1}{3}=-\frac{b}{a}$，$-1×3=\frac{1}{a}$，
$∴a=-3$，$b=-2$，$∴ab=6$．故答案为：6．
10. 解：不等式$mx^{2}+4mx-4<0$对任意实数*x*恒成立，
$①$当$m=0$时，$-4<0$对任意实数*x*恒成立，$∴m=0$符合题意；
$②$当$m\ne 0$时，则有$\left\{\begin{matrix}\overset{m<0}{△=(4m)^{2}-4m×(-4)<0}\end{matrix}\right.$，
$∴\left\{\begin{matrix}\overset{m<0}{-1<m<0}\end{matrix}\right.$，$∴-1<m<0$，$∴$实数*m*的取值范围为$-1<m<0$．
综合$①②$可得，实数*m*的取值范围为$-1<m\leq 0$．故答案为：$-1<m\leq 0$．
11. 解：根据题意，对于方程$x^{2}-2ax-3a^{2}=0$，$(a>0)$其两根为3*a*与$-a$，
则不等式$x^{2}-2ax-3a^{2}<0$的解集为$(-a,3a)$，即有$x\_{1}=-a$，$x\_{2}=3a$，
若$|x\_{1}-x\_{2}|=8$，则有$|4a|=8$，解可得$a=\pm 2$，
又由$a>0$，则$a=2$；故答案为：2．．